1. Leida punktist $A(-3,13,7)$ sirgele
$$\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{-4}=z-3$$
tõmmatud ristlõigu pikkus ja sellest punktist tõmmatud ristsirge parameetrilised võrrandid.

2. Leida tasandite $2x+y-3z+2=0$ ja $5x+5y-4z+3=0$ poolt määratud kimbus kaks ristuvat tasandit, millistest üks läbib punkti $M(4,-3,1)$.

3. Vektorite $\vec{a}$, $\vec{b}$ ja $\vec{c}$ korral on täidetud tingimus $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{\theta}$. Teades, et $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=1$ ja $|\vec{c}|=4$, arvutada $\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a}$.

4. Leida kahe sige vaheline kaugus, kui
$$\frac{x+5}{3}=\frac{y+5}{2}=\frac{z-1}{-2}\quad \text{ja}\quad \begin{cases} x=6t+9,\\ y=-2t,\\ z=-t+2.\end{cases}$$

5. Eukleidilises vektorruumis on antud baas $\mathfrak{B}=\{\vec{e}_1,\vec{e}_2\}$. Baasivektorid $\vec{e}_1$ ja $\vec{e}_2$ rahuldavad tingimusi: $|\vec{e}_1|=\sqrt{2}$, $|\vec{e}_2|=1$ ja nurk nende vahel on $\frac{\pi}{4}$. Koostada sellele baasile vastav meetriline maatriks. Leida vektoritele $\vec{x}$ ja $\vec{y}$ vaheline nurk ja teha joonis, kui nende vektorite koordinaadid sellel baasil on
$$\vec{x}=(-1,2)\quad \text{ja}\quad \vec{y}=(2,-2).$$

Ül 1.

$$\begin{cases} x=1+3t,\\ y=2-4t,\\ z=3+t.\end{cases}\quad\Rightarrow\quad \begin{array}{l} \vec{s}=(3,-4,1)\quad \vec{s}\cdot(\vec{x}-\vec{a})=0\quad 3(x+3)-4(y-13)+1(z-7)=0\quad 3x-4y+z+54=0\\ 3(1+3t)-4(2-4t)+(3+t)+54=0\quad 26t+52=0\quad t=-2\quad L(-5,10,1)\end{array}$$

$$\overrightarrow{AL}=(2,3,6)\qquad d=\sqrt{\overrightarrow{AL}\cdot\overrightarrow{AL}}=\sqrt{49}=7\qquad \boxed{\begin{cases} x=-3+2t,\\ y=\ 13+3t,\\ z=\ \ 7+6t\end{cases}\quad d=7.}$$

Ül 2.

$$\lambda(2x+y-3z+2)+\mu(5x+5y-4z+3)=0\quad (2\lambda+5\mu)x+(\lambda+5\mu)y+(-3\lambda-4\mu)z+(2\lambda+3\mu)=0$$
$$M(4,-3,1)\quad\Rightarrow\quad \lambda(2\cdot4+(-3)-3\cdot1+2)+\mu(5\cdot4+5\cdot(-3)-4\cdot1+3)=0\qquad 4\lambda+4\mu=0\quad\Rightarrow\quad \lambda=1,\mu=-1$$
$$1\cdot(2x+y-3z+2)+(-1)\cdot(5x+5y-4z+3)=0\quad\Rightarrow\quad 3x+4y-z+1=0\quad\Rightarrow\quad \vec{n}=(3,4,-1)$$
$$\vec{n}_k=(2\lambda+5\mu,\lambda+5\mu,-3\lambda-4\mu)\quad\Rightarrow\quad \vec{n}\cdot\vec{n}_k=0\quad\Rightarrow\quad 13\lambda+39\mu=0\quad\Rightarrow\quad \lambda=3,\mu=-1$$
$$3\cdot(2x+y-3z+2)+(-1)\cdot(5x+5y-4z+3)=0\quad\Rightarrow\quad x-2y-5z+3=0\qquad \boxed{\begin{array}{c}3x+4y-z+1=0\\ x-2y-5z+3=0\end{array}}$$

Ül 3.

$$\begin{array}{llllll} \vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{\theta} & |\cdot\vec{a} & \Rightarrow & \vec{a}\cdot\vec{a}+\vec{b}\cdot\vec{a}+\vec{c}\cdot\vec{a}=0 & \Rightarrow & 9+\vec{b}\cdot\vec{a}+\vec{c}\cdot\vec{a}=0\\ \vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{\theta} & |\cdot\vec{b} & \Rightarrow & \vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{b}+\vec{c}\cdot\vec{b}=0 & \Rightarrow & \vec{a}\cdot\vec{b}+1+\vec{c}\cdot\vec{b}=0\quad\Rightarrow\\ \vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{\theta} & |\cdot\vec{c} & \Rightarrow & \vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{c}=0 & \Rightarrow & \vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{b}\cdot\vec{c}+16=0\end{array}$$
$$2(\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a})+26=0\qquad \boxed{\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a}=-13}$$

Ül 4.

$$X_1(-5,-5,1)\qquad X_2(9,0,2)\qquad \overrightarrow{X_1X_2}=(14,5,1)$$
$$\vec{s}_1=(3,2,-2)\quad \vec{s}_2=(6,-2,-1)\quad \vec{s}_1\times\vec{s}_2=(-6,-9,-18)\quad\Rightarrow\quad |\vec{s}_1\times\vec{s}_2|=\sqrt{(-6)^2+(-9)^2+(-18)^2}=\sqrt{441}=21$$
$$(\vec{s}_1\vec{s}_2\overrightarrow{X_1X_2})=(\vec{s}_1\times\vec{s}_2)\cdot\overrightarrow{X_1X_2}=-147\qquad d=\frac{|(\vec{s}_1\vec{s}_2\overrightarrow{X_1X_2})|}{|\vec{s}_1\times\vec{s}_2|}=\frac{|-147|}{21}=7\quad\Rightarrow\quad \boxed{d=7}$$

Ül 5.

$$G=\begin{bmatrix} g_{11} & g_{12}\\ g_{21} & g_{22}\end{bmatrix}\quad \begin{array}{l} g_{11}=\vec{e}_1\cdot\vec{e}_1=|\vec{e}_1|^2=2\\ g_{12}=g_{21}=\vec{e}_1\cdot\vec{e}_2=|\vec{e}_1||\vec{e}_1|\cos\frac{\pi}{4}=1\\ g_{22}=\vec{e}_2\cdot\vec{e}_2=|\vec{e}_2|^2=1\end{array}\quad G=\begin{bmatrix}2&1\\1&1\end{bmatrix}\quad X=\begin{bmatrix}-1\\2\end{bmatrix}\quad Y=\begin{bmatrix}2\\-2\end{bmatrix}\quad \vec{x}\cdot\vec{y}\equiv X^TGY$$

$$\vec{x}\cdot\vec{x}\equiv\begin{bmatrix}-1 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2&1\\1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1\\2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1\\2\end{bmatrix}\equiv 2\qquad \begin{array}{l}\vec{x}\cdot\vec{y}=-2\\ \vec{y}\cdot\vec{y}=4\end{array}\quad \cos\varphi=\frac{\vec{x}\cdot\vec{y}}{\sqrt{\vec{x}\cdot\vec{x}}\sqrt{\vec{y}\cdot\vec{y}}}=\frac{-2}{\sqrt{22}}=-\frac{1}{\sqrt{2}}\quad\Rightarrow\quad \boxed{\varphi=\frac{3\pi}{4}}$$