

1.8 Vektorkorrutis ja segakorrutis

Ül 1.1. Vektor \mathbf{x} on risti vektoritega $\mathbf{a} = (4, -2, -3)$ ja $\mathbf{b} = (0, 1, 3)$ ning moodustab y -teljega nürinurga. Leida vektori \mathbf{x} koordinaadid, kui on teada, et $|\mathbf{x}| = 26$.

Ül 1.2. Ristuvate vektorite \mathbf{a} ja \mathbf{b} pikkused on $|\mathbf{a}| = 3$ ning $|\mathbf{b}| = 4$. Arvutada

$$1) |(3\mathbf{a} - \mathbf{b}) \times (\mathbf{a} - 2\mathbf{b})|;$$

$$2) |(3\mathbf{a} + 2\mathbf{b} + (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\mathbf{c}) \times (3\mathbf{a} - \mathbf{b})|.$$

Ül 1.3. Tetraeedri ruumala $V = 5$, selle kolm tippu asuvad punktides $A(2, 1, -1)$, $B(3, 0, 1)$ ja $C(2, -1, 3)$. Leida neljanda tipu D koordinaadid, kui on teada, et see asub y -teljel.

Ül 1.4. Vektorid \mathbf{a} , \mathbf{b} ja \mathbf{c} rahuldavad tingimust

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} + \mathbf{b} \times \mathbf{c} + \mathbf{c} \times \mathbf{a} = \theta.$$

Tõestada, et vektorid \mathbf{a} , \mathbf{b} ja \mathbf{c} on komplanaarsed.

Ül 1.5. Vektorid \mathbf{a} , \mathbf{b} ja \mathbf{c} on mittekollineaarsed ning $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{b} \times \mathbf{c} = \mathbf{c} \times \mathbf{a}$. Tõestada, et $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} = \theta$.

Ül 1.6. Vektorid \mathbf{a} , \mathbf{b} ja \mathbf{c} on mittekollineaarsed ning $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} = \theta$. Tõestada, et $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{b} \times \mathbf{c} = \mathbf{c} \times \mathbf{a}$.

Ül 1.7. Tõestada võrdus $(\mathbf{a} \times \mathbf{b})^2 + (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})^2 = \mathbf{a}^2 \mathbf{b}^2$.

Ül 1.8. Tetraeedri tipud asuvad punktides $A(2, 3, 1)$, $B(4, 1, -2)$, $C(6, 3, 7)$ ja $C(-5, -4, 8)$. Leida tipust D tõmmatud kõrguse pikkus.

Ül 1.9. Leida vektor \mathbf{x} , kui on teada, et see on risti vektoritega $\mathbf{a} = (2, -3, 1)$ ja $\mathbf{b} = (1, -2, 3)$ ning rahuldab tingimust $\mathbf{x} \cdot (\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 7\mathbf{k}) = 10$.

Ül 1.10. Kolmnurga tipud asuvad punktides $A(1, -1, 2)$, $B(5, -6, 2)$ ja $C(1, 3, -1)$. Arvutada tipust B küljele AC tõmmatud kõrguse pikkus.

Ül 1.11. Punktist $A(4, 2, -3)$ on rakendatud jõud $\mathbf{f} = (2, 2, 9)$. Leida selle jõu jõumomendi suurus ja suunakoosinused punkti $B(2, 4, 0)$ suhtes.¹

¹Punktist M rakendatud jõu \mathbf{f} moment punkti O suhtes on vektor $\overrightarrow{OM} \times \mathbf{f}$. Jõumoment punkti M suhtes iseloomustab jõu võimet põhjustada pöörlevat liikumist ümber selle punkti (vt õpik [2] lk 184).