

1.11 Kompleksarvud

Ü1 1.1. Skitseerida kompleksstasandil joon, mille kujundab punkt z^2 , kui kompleksarv z liigub mööda ruudu külgi, mille tipud asuvad punktides $-1-i$, $2-i$, $2+2i$ ja $-1+2i$.

Lahendus. Tähistame ruudu tippudeks olevad kompleksarvud vastavalt $A(1, -1)$, $B(2, -1)$, $C(2, 2)$ ja $D(-1, 2)$.

Lõigul AB olevad kompleksarvud saame esitada kujul $z = t - i$, kus $t \in [-1, 2]$.

$$\begin{aligned} z^2 &= (t - i)^2 = t^2 - 2ti + (-i)^2 = t^2 - 1 - 2ti \\ z^2 &= x + iy \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} x = t^2 - 1, \\ y = -2t. \end{cases}$$

Kuna $t \in [-1, 2]$, siis $x \in [-1, 3]$ ja $y \in [-4, 2]$.

$$t = -\frac{y}{2} \Rightarrow x = \left(-\frac{y}{2}\right)^2 - 1 \Rightarrow y^2 = 4(x + 1).$$

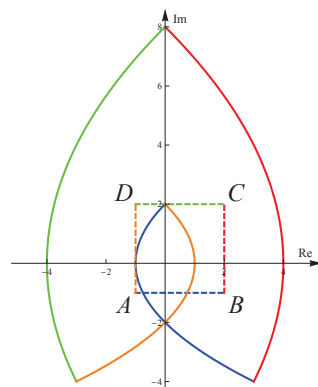
Lõigul BC olevad kompleksarvud saame esitada kujul $z = 2 + ti$, kus $t \in [-1, 2]$.

$$\begin{aligned} z^2 &= (2 + ti)^2 = 4 + 4ti + (ti)^2 = 4 - t^2 + 4ti \\ z^2 &= x + iy \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 - t^2, \\ y = 4t. \end{cases}$$

Kuna $t \in [-1, 2]$, siis $x \in [0, 4]$ ja $y \in [-4, 8]$.

$$t = \frac{y}{4} \Rightarrow x = 4 - \frac{y^2}{16} \Rightarrow y^2 = 16(4 - x).$$

Analoogiliselt saab leida külgedele CD ja DA vastavad jooned.



Kompleksarvu z^2 teekond

□