Mittelineaarne planeerimine, Beale´i meetod

10. detsember 2016. a.

Ruutfunktsioon

$$f(X) = c_{00} + 2\sum_{j=1}^{n} c_{oj}x_j + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_ix_j,$$

kus $X(x_1, x_2, \ldots, x_n)$.

I - baasiindeksite hulk, J - baasiväliste indeksite hulk.
P - positiivsete muutujate indeksite hulk, so $i \in P \quad \Leftrightarrow \quad x_i > 0$.

$$f(X) = c_{00} + 2\sum_{j\in J}(-c_{oj})(-x_j) + \sum_{i\in J}\sum_{j\in J} c_{ij}(-x_i)(-x_j) \quad \to \min$$

$$x_i = a_{i0} + \sum_{j\in J} a_{ij}(-x_j) \qquad i \in I$$

$$x_j = -(-x_j) \qquad j \in J$$

Valime $J = \{1, 2, \ldots, m\}, \quad I = \{m+1, m+2, \ldots, n\}$.

	1	$-x_1$	$\ldots$	$-x_l$	$\ldots$	$-x_m$
1	c_{00}	$-c_{01}$	$\ldots$	$-c_{0l}$	$\ldots$	$-c_{0m}$
$-x_1$	$-c_{01}$	c_{11}	$\ldots$	c_{1l}	$\ldots$	c_{lm}
$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$
$-x_l$	$-c_{0l}$	c_{l1}	$\ldots$	c_{ll}	$\ldots$	c_{lm}
$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$
$-x_m$	$-c_{0m}$	c_{m1}	$\ldots$	c_{ml}	$\ldots$	c_{mm}
x_1	0	-1	$\ldots$	0	$\ldots$	0
$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$
x_l	0	0	$\ldots$	-1	$\ldots$	0
$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$
x_m	0	0	$\ldots$	0	$\ldots$	-1
x_{m+1}	$a_{m+1,0}$	$a_{m+1,1}$	$\ldots$	$a_{m+1,l}$	$\ldots$	$a_{m+1,m}$
$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$
x_k	a_{k0}	a_{k1}	$\ldots$	a_{kl}	$\ldots$	a_{km}
$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$
x_n	a_{n0}	a_{n1}	$\ldots$	a_{nl}	$\ldots$	a_{nm}

Beale´i meetod

1. Optimaalsuse kontroll

   1.1 Kontrollime nullinda rea elemente $-c_{0j}$:

   - Kui kõik u-veergudesse kuuluvad elemendid $-c_{0j} = 0$ ja x-veergudesse kuuluvad elemendid on mittepositiivsed $-c_{0j} \leqslant 0$, siis tabeli 0-veerus olev baasilahend on optimaalne.

   1.2 Kui tabel ei ole optimaalne, tuleb valida juhtelement.

2. Juhtveeru valimine

   2.1 Kontrollime nullinda rea elemente:

   - Kui u-veergudes leidub elemente $-c_{0j} \neq 0$, siis valitakse neist üks juhtveeruks (näiteks max $|-c_{oj}|$).
   - Kui selliseid u-veerge ei ole, siis otsime x-veergudest elemente $-c_{0j} > 0$, neist üks valitakse juhtveeruks (näiteks max $|-c_{oj}|$).

   2.2 Olgu punktis 2.1 valitud juhtveeru indeks l.

3. Juhtrea valimine

3.1 Kontrollime valitud juhtveerus olevaid sihifunktsiooni kordajaid:

- Kui $c_{ll} = 0$, siis $p = +\infty$.
- Kui $c_{ll} > 0$, siis $p = \dfrac{|c_{0l}|}{c_{ll}}$
  (sihifunktsiooni positiivse poolmääratuse tõttu $c_{ll} < 0$ olla ei saa).

3.2 Tabeli kitsenduste osast leiame kõik juhtveeru elemendid a_{il} ($i \in P$, so muutuja x_i on positiivne) ja millel on 0-rea elemendiga $-c_{0l}$ sama märk, so $-c_{0l}a_{il} > 0$:

- Kui selliseid elemente ei ole, siis $q = +\infty$.
- Kui selliseid elemente leidub, siis

$$q = \frac{a_{k0}}{|a_{kl}|} = \min_{\substack{i \in P \\ -c_{0l}a_{il} > 0}} \left\{ \frac{a_{i0}}{|a_{il}|} \right\}$$

  ja potentsiaalne reaindeks on k.

3.3 Juhtrea indeksi määramine:

- $p = q = +\infty$, siis sihifunktsioon on alt tõkestamata, st min väärtus puudub.
- $p \geqslant q$, siis valime juhtelemendiks a_{kl}.
- $p < q$, siis valime juhtelemendiks c_{ll}.

4. Teostame simplekssammu ja ellimineerime sihifunktsioonist muutuja x_l.
    4.1 Teostame simplekssammu veergudega.
    4.2 Teostame samad teisendused tabeli ruutvormi, so ülemise, osaga (ruutvormi sümmetria peab säilima).
    4.3 Kui juhtelement oli c_{ll}, siis juhtveerg asendub uue u-veeruga, st lisandub uus, märgi poolest kitsendamata, muutuja.
    4.4 Kui juhtelement oli a_{kl}, siis juhtveeru muutuja x_l asendub muutujaga x_k
5. Pöördume tagasi punkti 1.