

## Matemaatiline analüüs I iseseisvad ülesanded

1. Leidke funktsiooni  $y = \log(-x) + \frac{1}{x+5}$  määramispiirkond.
2. Leidke funktsiooni  $y = \sqrt{3-x} + \arcsin \frac{3-2x}{5}$  määramispiirkond.
3. Leidke funktsiooni  $y = \sqrt{\sin x} + \sqrt{16-x^2}$  määramispiirkond.
4. Leidke funktsiooni  $y = \ln \frac{x-5}{x^2-10x+24} - \sqrt[3]{x+5}$  määramispiirkond.
5. Leidke funktsiooni  $y = 1 - 2 \sin x$  muutumispiirkond.
6. Leidke funktsiooni  $y = \sqrt{3+2x-x^2}$  muutumispiirkond.
7. Leidke funktsiooni  $y = \frac{x}{1-x}$  pöördfunktsioon.
8. Leidke funktsiooni  $y = \frac{2^x}{1+2^x}$  pöördfunktsioon.
9. Leidke funktsiooni  $y = 1 - \log(3 + e^x)$  pöördfunktsioon.
10. Leidke funktsiooni  $y = 4 \arcsin \sqrt{1-x^2}$  pöördfunktsioon.
11. Kas funktsioon  $y = x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120}$  on paaris, paaritu või mitte kumbki?
12. Kas funktsioon  $y = x(5^x - 5^{-x})$  on paaris, paaritu või mitte kumbki?
13. Kas funktsioon  $y = x^4 - 2x^3 + x$  on paaris, paaritu või mitte kumbki?
14. Kas funktsioon  $y = \ln \frac{1-x}{1+x}$  on paaris, paaritu või mitte kumbki?
15. Leidke  $f\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ , kui  $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$ .
16. Leida  $f\{f[f(1)]\}$ , kui  $f(x) = x^2 - 1$ .

Ülesannetes 20. - 39. leidke piirväärtused.

17.  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{4x^2 - 1}{6x^2 - 5x + 1}$
18.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 2x^2 - 8x}{x^2 - x - 12}$
19.  $\lim_{x \rightarrow 2} \left[ \frac{1}{x(x-2)^2} - \frac{1}{x^2 - 3x + 2} \right]$
20.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$
21.  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 49}$

$$22. \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h}$$

$$23. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \sqrt{1 - x^2}}$$

$$24. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)(x+2)}{2x^2}$$

$$25. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10 + x^5}{1 - 2x^5}$$

$$26. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 2x^2 + 3x^4}{1 + 2x^3}$$

$$27. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{\sin 5x}$$

$$28. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{x \sin 2x}.$$

$$29. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\tan x} \right)$$

$$30. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left( \frac{\pi}{2} - x \right) \tan x$$

$$31. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{4}{x} \right)^{\frac{x}{2}}$$

$$32. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 2}{x^2 - 1} \right)^{x^2}$$

$$33. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x - 3}{2x + 1} \right)^{\frac{x-1}{2}}$$

$$34. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{2}{x}}$$

35. Tõestage tuletise definiitsiooni abil, et  $(x^2 - 3x)' = 2x - 3$

36. Tõestage tuletise definiitsiooni abil, et  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

37. Tõestage tuletise definiitsiooni abil, et  $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$

Ülesannetes 38. - 48. leidke funktsiooni tuletis ja võimaluse korral lihtsustage avaldis.

38.  $y = \frac{1 - x^2}{x^2 + x^3}$

39.  $y = x \arcsin x$

40.  $y = \frac{x}{1 + x^2} + \arctan x$

41.  $y = \log_3(x^2 + 2x + 4)$
42.  $y = x \cdot 10^{\sqrt{x}}$
43.  $y = \ln(x + \sqrt{1 + x^2}) - \sqrt{1 + x^2}$
44.  $y = \sqrt[11]{9 + 6\sqrt[5]{x^9}}$
45.  $y = \ln(e^x \cos x + e^{-x} \sin x)$
46.  $y = \frac{1}{2}(3 - x)\sqrt{1 - 2x - x^2} + 2 \arcsin \frac{x + 1}{\sqrt{2}}$
47.  $y = \frac{3x^2 - 1}{3x^3} + \ln \sqrt{1 + x^2} + \arctan x$
48.  $y = \frac{\sin^2 x}{1 + \cot x} + \frac{\cos^2 x}{1 + \tan x}$
49. Arvutage  $z'(0)$ , kui  $z(t) = (\sqrt{t^3} + 1)t$
50. Arvutage  $f'(0)$ , kui  $f(x) = 2^{x \cos x}$
51. Arvutage  $g'(-3)$ , kui  $g(x) = \arcsin \frac{1}{x}$
52. Rihmaratta pöördenurga  $\alpha$  sõltuvus ajast on  $\alpha = t^2 + 3t - 5$ . Leidke nurkkiirus ajahetkel  $t = 5$ .
53. Leidke joone  $y = \frac{8a^3}{4a^2 + x^2}$  puutuja tõus punktis abstsissiga  $x = 2a$
54. Avaldage funktsiooni  $y = xe^{2x}$  diferentsiaal  $dy$
55. Arvutage funktsiooni  $y = \ln \frac{x}{x^2 + 1}$  diferentsiaali ja muudu väärtused, kui  $x = 2$  ja  $\Delta x = \frac{1}{30}$ .
56. Arvutage funktsiooni diferentsiaali abil ligikaudu  $\ln 1,01$
57. Arvutage funktsiooni diferentsiaali abil ligikaudu  $\sqrt[4]{16,64}$
58. Leidke  $y''$ , kui  $y = \ln(2x^2 + 1)$
59. Leidke  $y''$ , kui  $y = \sqrt{1 + x^2}$
60. Leidke  $y''$ , kui  $y = x(\sin \ln x + \cos \ln x)$
61. Leidke  $y''$ , kui  $y = e^{x^2}$
62. Arvutage  $f^{IV}(1)$ , kui  $f(x) = x^6 - 4x^3 + 4$
- Ülesannetes 63. - 70. leidke piirväärtus L'Hospitali reegli abil.
63.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{2}}{\sqrt{x} - \sqrt{2}}$

$$64. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - e^{bx}}{2x}$$

$$65. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi - 2 \arctan x}{\ln \left(1 + \frac{1}{x}\right)}$$

$$66. \lim_{x \rightarrow \infty} x^3 e^{-x}$$

$$67. \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{\ln x} - \frac{x}{\ln x} \right)$$

$$68. \lim_{x \rightarrow 0} x^{\sin x}$$

$$69. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} \right)^x$$

$$70. \lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x)^{\frac{1}{x}}$$

71. Leidke funktsiooni  $y = \sqrt{2x - x^2}$  kasvamis- ja kahanemisvahemikud.

72. Leidke funktsiooni  $y = x^2 e^{-x}$  kasvamis- ja kahanemisvahemikud.

73. Leidke funktsiooni  $y = \frac{x}{\ln x}$  kasvamis- ja kahanemisvahemikud.

74. Leidke funktsiooni  $y = x - \ln(1 + x)$  lokaalsed ekstreemumid.

75. Leidke funktsiooni  $y = (x - 5)^2 \sqrt[3]{(x + 1)^2}$  lokaalsed ekstreemumid.

76. Leidke funktsiooni  $y = \sqrt[3]{(1 - x^2)^2}$  kasvamis- ja kahanemisvahemikud ning lokaalsed ekstreemumid.

77. Leidke funktsiooni  $y = \frac{x - 1}{x + 1}$  suurim ja vähim väärtus lõigul  $[0; 4]$ .

78. Leidke funktsiooni  $y = \sin 2x - x$  suurim ja vähim väärtus lõigul  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ .

79. Leidke funktsiooni  $y = \frac{x^3}{x^2 + 3}$  graafiku kumerus- ja nõgususpiirkonnad ning käänupunktid.

80. Leidke funktsiooni  $y = \ln(1 + x^2)$  graafiku kumerus- ja nõgususpiirkonnad ning käänupunktid.

81. Leidke funktsiooni  $y = e^{-x^2}$  graafiku kumerus- ja nõgususpiirkonnad ning käänupunktid.

Ülesannetes 82. - 92. leidke antud funktsiooni osatuletised kõikide sõltumatute muutujate järgi.

$$82. z = x^2 y^3 - \frac{x}{y^2}$$

$$83. z = x^2 \sqrt[3]{y} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{y}}$$

84.  $z = \ln \tan \frac{x}{y}$
85.  $z = e^{-\frac{x}{y}}$
86.  $z = \sin xy - \cos \frac{y}{x}$
87.  $z = \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2})$
88.  $z = \arctan \frac{y}{\sqrt{x}}$
89.  $z = xy \ln(x + y)$ .
90.  $w = \ln(xy + \ln z)$
91.  $w = \tan(x^2 + y^3 + z^4)$
92.  $w = x^{y^z}$
93. Arvutage funktsiooni  $z = \arcsin \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$  osatuletised punktis  $(1; -2)$
94.  $z = \frac{x \cos y - y \cos x}{1 + \sin x + \sin y}$ . Arvutage  $\frac{\partial z}{\partial x}$  ja  $\frac{\partial z}{\partial y}$ , kui  $x = y = 0$
95.  $w = \ln(1 + x + y^2 + z^3)$ . Leidke  $\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$  punktis  $x = y = z = 1$
96.  $z = \ln(x^2 - y^2)$ ; tõestage, et  $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} - \frac{2}{x + y} = 0$
97. On antud funktsioon  $z = xy + x \arctan \frac{y}{x}$ . Tõestage, et  $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = xy + z$ .
98. Leidke funktsiooni  $z = \arcsin \frac{x}{y}$  täisdiferentsiaali avaldis.
99. Leidke funktsiooni  $z = \frac{x + y}{x - y}$  täisdiferentsiaali avaldis.
100. Leidke funktsiooni  $z = \sin(xy)$  täisdiferentsiaali avaldis.
101. Leidke funktsiooni  $w = x^{y^z}$  täisdiferentsiaali avaldis.
102. Arvutage funktsiooni  $z = \frac{xy}{x^2 - y^2}$  täisdiferentsiaali väärtus, kui  $x = 2$ ,  $y = 1$ ,  $\Delta x = 0,01$  ja  $\Delta y = 0,03$ .
103. Arvutage funktsiooni  $z = \frac{x + y}{x - y}$  täismuudu  $\Delta z$  ja täisdiferentsiaali  $dz$  väärtused, kui  $x = -3$ ,  $y = 7$ ,  $\Delta x = -\frac{1}{3}$  ja  $\Delta y = \frac{1}{4}$ .
104. Arvutage funktsiooni  $z = xy + \frac{x}{y}$  täismuudu  $\Delta z$  ja täisdiferentsiaali  $dz$  väärtused, kui  $x$  muutub väärtusest  $-1$  väärtuseks  $-0,8$  ja  $y$  väärtusest  $2$  väärtuseks  $2,2$ .

105. Arvutage funktsiooni täisdiferentsiaali abil ligikaudu  $1,96^3 \cdot 2,03^5$ .
106. Arvutage funktsiooni täisdiferentsiaali abil ligikaudu  $\frac{\sqrt{82}}{\sqrt[3]{28}}$ .
107. Arvutage funktsiooni täisdiferentsiaali abil ligikaudu  $\frac{\sqrt{1,04}}{2,04}$ .
108. Arvutage funktsiooni täisdiferentsiaali abil ligikaudu  $\ln(\sqrt[5]{0,98} + \sqrt[4]{1,04} - 1)$ .
109. Leidke  $\frac{dy}{dx}$ , kui  $x^2y^2 - x^4 - y^4 = a^2$
110. Leidke  $\frac{dy}{dx}$ , kui  $2y^3 + 3x^2y + \ln x = 0$  ja arvutage selle väärtus, kui  $x = 1$
111. Leidke  $\frac{dy}{dx}$ , kui  $y = \sqrt{x} \ln \frac{x}{y}$  ja arvutage selle väärtus punktis  $(e^2; e)$ .
112. Leidke  $\frac{dy}{dx}$ , kui  $y \ln x = x \ln y$  ja arvutage selle väärtus punktis  $(1; 1)$ .
113. Leidke  $\frac{\partial z}{\partial x}$  ja  $\frac{\partial z}{\partial y}$ , kui  $x^2 - 2y^2 + z^2 - 4x + 2z - 5 = 0$ .
114. Leidke  $\frac{\partial z}{\partial x}$  ja  $\frac{\partial z}{\partial y}$ , kui  $z = \cos xy - \sin xz$  ning arvutage nende väärtused punktis  $(\frac{\pi}{2}; 1; 0)$ .
115. Leidke  $\frac{\partial z}{\partial x}$  ja  $\frac{\partial z}{\partial y}$ , kui  $xyz = e^z$  ning arvutage nende väärtused punktis  $(e^{-1}; -1; -1)$ .
116. Leidke funktsiooni  $z = 4x^2 - xy + 9y^2 + x - y$  lokaalsed ekstreemumid ja määrake nende liik.
117. Leidke funktsiooni  $z = x^3y^2(12 - x - y)$  lokaalsed ekstreemumpunktid, mis rahuldavad tingimusi  $x > 0$  ja  $y > 0$  ja määrake ekstreemumi liik.
118. Leidke funktsiooni  $z = x^2 + xy + y^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  lokaalsed ekstreemumid ja määrake nende liik.
119. Leidke funktsiooni  $z = e^x(x^2 + y^2)$  lokaalsed ekstreemumid ja määrake nende liik.
120. Leidke funktsiooni  $z = x^3 + y^3 - 3xy$  lokaalsed ekstreemumid ja määrake nende liik.
121. Leidke funktsiooni  $z = x^2 + 2xy - 4x + 8y$  suurim ja vähim väärtus ristkülikus külgedega  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$  ja  $y = 2$ .
122. Leidke funktsiooni  $z = x^2 - y^2$  suurim ja vähim väärtus ringis  $x^2 + y^2 \leq 4$ .

123. Leidke funktsiooni  $z = \sin x + \sin y + \sin(x+y)$  suurim ja vähim väärtus ruudus  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ,  $0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}$ .
124. Leidke funktsiooni  $z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  ekstremaalsed väärtused lisatingimusel  $x + y = 2$ .
125. Leidke funktsiooni  $z = a \cos^2 x + b \cos^2 y$  ekstreemumpunkt lisatingimusel  $y - x = \frac{\pi}{4}$ .
126. Leidke paraboolil  $y = 3x^2 - 2$  punkt, mis on lähim punktile  $P_0(0; 2)$
- Ülesannetes 127. - 132. leidke määramata integraal

$$127. \int \frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[4]{x}}{\sqrt{x}} dx$$

$$128. \int \left( \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} \right)^2 dx$$

$$129. \int e^x (1 + x^2 e^{-x}) dx$$

$$130. \int \cot^2 x dx$$

$$131. \int \frac{(1 + 2x^2) dx}{x^2(1 + x^2)}$$

$$132. \int \frac{1 + \cos^2 x}{1 + \cos 2x} dx$$

Ülesannetes 133. - 141. integreerige muutuja vahetusega

$$133. \int \sqrt{5 - 2x} dx$$

$$134. \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^4 + 3}}$$

$$135. \int \tan x dx$$

$$136. \int \sin^4 x \cos x dx$$

$$137. \int \frac{e^x dx}{e^x + 2}$$

$$138. \int \frac{dx}{x \ln x}$$

$$139. \int \frac{x dx}{x^4 + 1}$$

$$140. \int \frac{dx}{x \sqrt{1 - \ln^2 x}}$$

$$141. \int \frac{1+x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

Ülesannetes 142. - 147. integreerige ositi

$$142. \int (x+2) \sin 2x dx$$

$$143. \int (x^2-1) \cos x dx$$

$$144. \int \frac{x-1}{2} e^{-x} dx$$

$$145. \int x 3^x dx$$

$$146. \int \ln(x^2+1) dx$$

$$147. \int \arccos x dx$$

Ülesannetes 148. - 157. arvutage määratud integraal

$$148. \int_0^{16} \frac{dx}{\sqrt{x+9} - \sqrt{x}}$$

$$149. \int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{x}} dx}{x^2}$$

$$150. \int_1^{e^3} \frac{dx}{x\sqrt{1+\ln x}}$$

$$151. \int_0^1 \frac{dx}{x^2+4x+5}$$

$$152. \int_1^2 \frac{dx}{x+x^2}$$

$$153. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 x \sin 2x dx$$

$$154. \int_0^{\pi} x^3 \sin x dx$$

$$155. \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{x dx}{\sin^2 x}$$

$$156. \int_0^{e-1} \ln(x+1) dx$$

$$157. \int_0^1 \frac{\sqrt{x} dx}{1+x}$$

Ülesannetes 158. - 161. arvutage päratu integraal



$$158. \int_1^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x}}$$

$$159. \int_0^{\infty} e^{-2x} dx$$

$$160. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$$

$$161. \int_0^{\infty} \frac{x}{(1+x)^3} dx$$

$$162. \int_0^{\infty} x \sin x dx$$

### Vastused

- 1.**  $X = (-\infty; -5) \cup (-5; 0)$ ;    **2.**  $X = [-1; 3]$ ;    **3.**  $X = [-4; -\pi] \cup [0; \pi]$ ;    **4.**  $X = (4; 5) \cup (6; \infty)$ ;    **5.**  $Y = [-1; 3]$     **6.**  $Y = [0; 2]$ ;  
**7.**  $y = \frac{x}{1+x}$ ;    **8.**  $y = \log_2 \frac{x}{1-x}$ ;    **9.**  $y = \ln(10^{1-x} - 3)$ ;    **10.**  
 $y = \pm \cos \frac{x}{4} \quad (0 \leq x \leq 2\pi)$ ;    **11.** Paaritu;    **12.** Paaris;    **13.** Ei ole  
kumbki;    **14.** Paaritu;    **15.**  $-\frac{1}{x}$ ;    **16.** 0;    **17.** 4;    **18.**  $3\frac{3}{7}$ ;  
**19.**  $\infty$ ;    **20.** 1;    **21.**  $-\frac{1}{56}$ ;    **22.**  $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ ;    **23.** 2;    **24.**  $\frac{1}{2}$ ;    **25.**  
 $-\frac{1}{2}$ ;    **26.**  $\infty$ ;    **27.**  $\frac{2}{5}$ ;    **28.**  $\frac{3}{4}$ ;    **29.** 0;    **30.** 1;    **31.**  $e^2$ ;    **32.**  
 $e^3$ ;    **33.**  $\frac{1}{e}$ ;    **34.**  $e^2$ ;    **38.**  $\frac{x-2}{x^3}$ ;    **39.**  $\arcsin x + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ ;    **40.**  
 $\frac{2}{(1+x^2)^2}$ ;    **41.**  $\frac{2x+2}{(x^2+2x+4)\ln 3}$ ;    **42.**  $10^{\sqrt{x}} \left(1 + \frac{\sqrt{x} \ln 10}{2}\right)$ ;    **43.**  
 $\frac{1-x}{\sqrt{1+x^2}}$ ;    **44.**  $\frac{54\sqrt[5]{x^4}}{55 \cdot \sqrt[11]{(9+6\sqrt[5]{x^9})^{10}}}$ ;    **45.**  $\frac{(e^x + e^{-x})(\cos x - \sin x)}{e^x \cos x + e^{-x} \sin x}$ ;  
**46.**  $\frac{x^2}{\sqrt{1-2x-x^2}}$ ;    **47.**  $\frac{x^5+1}{x^4(1+x^2)}$ ;    **48.**  $-\cos 2x$ ;    **49.** 1;    **50.**  
 $\ln 2$ ;    **51.**  $-\frac{\sqrt{2}}{12}$     **52.**  $13\frac{rad}{s}$ ;    **53.**  $-\frac{1}{2}$ ;    **54.**  $dy = e^{2x}(1+2x)dx$ ;  
**55.**  $dy = -0,01$ ,  $\Delta y = -0,0100044$ ;    **56.** 0,01;    **57.**  
2,02;    **58.**  $\frac{4-8x^2}{(2x^2+1)^2}$ ;    **59.**  $\frac{1}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}}$ ;    **60.**  $-\frac{2 \sin \ln x}{x}$ ;  
**61.**  $2e^{x^2}(1+2x^2)$ ;    **62.** 360;    **63.**  $\frac{2}{3 \cdot \sqrt[6]{2}}$ ;    **64.**  $\frac{a-b}{2}$ ;    **65.** 2;  
**66.** 0;    **67.** -1;    **68.** 1;    **69.** 1;    **70.**  $e^2$ ;    **71.**  $X \uparrow = (0; 1)$ ,  
 $X \downarrow = (1; 2)$ ;    **72.**  $X \uparrow = (0; 2)$ ,  $X \downarrow = (-\infty; 0)$ ,  $X \downarrow = (2; \infty)$ ;    **73.**  $X \uparrow = (e; \infty)$ ,  
 $X \downarrow = (0; 1)$ ,  $X \downarrow = (1; e)$ ;    **74.** Kohal  $x = 0$  lok. miinimum    **75.** Kohta-  
del  $x = -1$  ja  $x = 5$  lok. miin. kohal  $x = 0, 5$  lok. maks.    **76.**  $X \uparrow = (-1; 0)$ ,  
 $X \uparrow = (1; \infty)$ ,  $X \downarrow = (-\infty; -1)$ ,  $X \downarrow = (0; 1)$ , kohal  $x = 0$  lok. maksimum,  
kohtadel  $x = \pm 1$  lok. miinimum;    **77.**  $y_{min} = y(0) = -1$ ,  $y_{max} = y(4) = \frac{3}{5}$ ;

**78.**  $y_{max} = y\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$ ,  $y_{min} = y\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{2}$ ;    **79.**  $\hat{X} = (-3; 0)$ ,  $\hat{X} = (3; \infty)$ ,  $\check{X} = (-\infty; -3)$ ,  $\check{X} = (0; 3)$ ,  $K_1(0; 0)$ ,  $K_2(-3; -\frac{9}{4})$ ,  $K_3(3; \frac{9}{4})$     **80.**  
 $\hat{X} = (-\infty; -1)$ ,  $\hat{X} = (1; \infty)$ ,  $\check{X} = (-1; 1)$ ,  $K_1(-1; \ln 2)$ ,  $K_2(1; \ln 2)$     **81.**  
 $\hat{X} = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ ,  $\check{X} = \left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ ,  $\check{X} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}; \infty\right)$ ;  $K_1\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{e}}\right)$ ,  
 $K_2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{e}}\right)$     **82.**  $2xy^3 - \frac{1}{y^2}$ ,  $3x^2y^2 + \frac{2x}{y^3}$ ;    **83.**  $2x\sqrt[3]{y} + \frac{1}{2\sqrt{x}\sqrt[4]{y}}$ ;  $\frac{x^2}{3\sqrt[3]{y^2}} - \frac{\sqrt{x}}{4y\sqrt[4]{y}}$ .    **84.**  $\frac{2}{y \sin \frac{2x}{y}}$ ;  $-\frac{2x}{y^2 \sin \frac{2x}{y}}$ .    **85.**  
 $-\frac{1}{y}e^{-\frac{x}{y}}$ ;  $\frac{x}{y^2}e^{-\frac{x}{y}}$ .    **86.**  $y \cos xy - \frac{y}{x^2} \sin \frac{y}{x}$ ;  $x \cos xy + \frac{1}{x} \sin \frac{y}{x}$ .    **87.**  
 $\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ ;  $\frac{y}{(x + \sqrt{x^2 + y^2})\sqrt{x^2 + y^x}}$ .    **88.**  $-\frac{y}{2\sqrt{x}(x + y^2)}$ ;  $\frac{\sqrt{x}}{x + y^2}$ .  
**89.**  $y \ln(x + y) + \frac{xy}{x + y}$ ;  $x \ln(x + y) + \frac{xy}{x + y}$ .    **90.**  $\frac{y}{xy + \ln z}$ ;  $\frac{x}{xy + \ln z}$ ;  
 $\frac{1}{z(xy + \ln z)}$ .    **91.**  $\frac{2x}{\cos^2(x^2 + y^3 + z^4)}$ ;  $\frac{3y^2}{\cos^2(x^2 + y^3 + z^4)}$ ;  $\frac{4z^3}{\cos^2(x^2 + y^3 + z^4)}$ .  
**92.**  $y^z x^{y^z-1}$ ;  $x^{y^z} \ln x \cdot zy^{z-1}$ ;  $x^{y^z} \ln x \cdot y^z \ln y$ ;    **93.**  $\frac{2}{5}$ ;  $\frac{1}{5}$ ;    **94.**  
1; -1.    **95.**  $\frac{3}{2}$ ;    **98.**  $dz = \frac{ydx - xdy}{|y|\sqrt{y^2 - x^2}}$ ;  
**99.**  $dz = \frac{2(xdy - ydx)}{(x - y)^2}$ ;    **100.**  $dz = (ydx + xdy) \cos(xy)$ ;    **101.**  
 $dw = x^{yz} \left(\frac{yzdx}{x} + z \ln x dy + y \ln x dz\right)$ ;    **102.**  $\frac{1}{36}$ ;    **103.**  $\Delta z = \frac{19}{635}$ ;  
 $dz = \frac{19}{600}$ ;    **104.**  $\Delta z \approx 0,3764$ ;  $dz = 0,35$ ;    **105.** 259,84;  
**106.**  $2\frac{53}{54}$ ;    **107.**  $\frac{\pi}{6}$ ;    **108.** 0,006;    **109.**  $\frac{x(2x^2 - y^2)}{y(x^2 - 2y^2)}$ ;    **110.**  
 $-\frac{1}{3}$ ;    **111.**  $\frac{3}{4e}$ ;    **112.** 1; **113.**  $\frac{2-x}{z+1}$ ;  $\frac{2y}{z+1}$ ;    **114.**  $-\frac{2}{2+\pi}$ ;  
 $-\frac{\pi}{2+\pi}$ ;    **115.**  $\frac{e}{2}$ ;  $-\frac{1}{2}$ . **116.** Punktis  $\left(-\frac{17}{143}; \frac{7}{143}\right)$  lokaalne miinimum.  
**117.** Punktis (6; 4) lokaalne maksimum  $z_{max} = 6912$ .    **118.** Punktis  $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{3}}; \frac{1}{\sqrt[3]{3}}\right)$  lokaalne miinimum  $z_{min} = 3\sqrt[3]{3}$ ;    **119.** Punktis (-2; 0) ekstreemumit ei ole, punktis (0; 0) lokaalne miinimum;    **120.** Punktis (0; 0) ekstreemumit ei ole, punktis (1; 1) lokaalne miinimum;    **121.**  $z_{min} = z(1; 0) = -3$ ;  $z_{max} = z(1; 2) = 17$ .    **122.**  $z_{min} = z(0; 2) = z(0; -2) = -4$ ;  $z_{max} = z(2; 0) = z(-2; 0) = 4$ ;    **123.**  $z_{min} = z(0; 0) = 0$ ;  $z_{max} = z\left(\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ .    **124.**  $z(1; 1) = 2$ .    **125.**  $\left(-\frac{1}{2} \arctan \frac{b}{a}; \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \arctan \frac{b}{a}\right)$ .  
**127.**  $\frac{6x\sqrt[6]{x}}{7} - \frac{4\sqrt[4]{x^3}}{3} + C$ ;    **128.**  $x - \cos x + C$ ;    **129.**  $e^x + \frac{x^3}{3} + C$ ;    **130.**  $-\cot x - x + C$ ;    **131.**  $\arctan x - \frac{1}{x} + C$ ;    **132.**  $\frac{1}{2}(\tan x + x) + C$ ;  
**133.**  $\frac{(2x-5)\sqrt{5-2x}}{3} + C$ ;    **134.**  $\frac{1}{2}\sqrt{x^4+3} + C$ ;    **135.**  $-\ln|\cos x| + C$ ;

**136.**  $\frac{\sin^5 x}{5} + C$ ;    **137.**  $\ln(e^x + 2) + C$ ;    **138.**  $\ln|\ln x| + C$ ;    **139.**  
 $\frac{1}{2} \arctan x^2 + C$ ;    **140.**  $\arcsin \ln x + C$ ;    **141.**  $\arcsin x - \sqrt{1-x^2} + C$ ;  
**142.**  $-\frac{(x+2)\cos 2x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + C$ ;    **143.**  $(x^2-3)\sin x + 2x\cos x + C$ ;    **144.**  
 $\frac{2-x}{2}e^{-x} + C$ ;    **145.**  $\frac{x3^x}{\ln 3} - \frac{3^x}{\ln^2 3} + C$ ;    **146.**  $x \ln(x^2+1) - 2x + 2 \arctan x + C$ ;  
**147.**  $x \arccos x - \sqrt{1-x^2} + C$ ;    **148.** 12;    **149.**  $e - \sqrt{e}$ ;    **150.** 2;  
**151.**  $\arctan 3 - \arctan 2$ ;    **152.**  $\ln \frac{4}{3}$ ;    **153.**  $\frac{2}{7}$ ;    **154.**  $\pi^3 - 6\pi$ ;    **155.**  
 $\frac{\pi(9-4\sqrt{3})}{36} + \frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}$ ;    **156.** 1;    **157.**  $2 - \frac{\pi}{2}$ ;    **158.** 2;    **159.**  $\frac{1}{2}$ ;    **160.**  
 $\pi$ ;    **161.**  $\frac{1}{2}$ ;    **162.** hajub;