

Õppeaine
YMR3720 TÕENÄOSUSTEORIA JA
MATEMAATILINE STATISTIKA
kodused ülesanded

1. Laboris olevast 15 mõõturist 12 on põrutuskindlad. Leidke tõenäosus, et seitsmest juhuslikult võetud mõõturist 5 on põrutuskindlad.

Vastus: $P(A) = \frac{1008}{2730} \approx 0,37$.

2. Laos on 1000 pirni, kusjuures on teada, et neist 2% on rikkis. Leidke tõenäosus, et ostetud 20 pirnist on täpselt 2 rikkis.

Vastus: $P(A) = \frac{C_{980}^{18} \cdot C_{20}^2}{C_{1000}^{20}} \approx 0,05$

3. Poisid ja tüdrukud sünnivad võrdse tõenäosusega. Leidke tõenäosus, et kolmelapselises peres on

1) täpselt üks tütar;

2) vähemalt üks tütar.

Vastus: 1) $P(A) = \frac{3}{8}$, 2) $P(A) = \frac{7}{8}$

4. Kuubis küljega 4 pikkusühikut valitakse juhuslik punkt. Leidke tõenäosus, et valitud punkti kaugus kuubi keskpunktist ei ole väiksem kui r pikkusühikut ($r < 2$).

Vastus: $P(A) = 1 - \frac{\pi r^3}{48}$

5. Poisid ja tüdrukud sünnivad võrdse tõenäosusega. Leidke tõenäosus, et kahelapselise pere esimene laps on poiss, kui on teada, et peres on vähemalt üks tüdruk.

Vastus: $P(A|B) = \frac{1}{3}$.

6. Teatud meditsiinilise testi positiivsus tähendab, et patsiendil võib olla haigus A tõenäosusega 0,75 ja haigus B tõenäosusega $\frac{1}{3}$. Haigused A ja B on teineteisest sõltumatud. Leidke tõenäosus, et positiivse testiga patsiendil on vähemalt üks neist haigustest A või B.

Vastus: $P = \frac{5}{6}$.

7. Lasketiirus on 8 püssi, millest viiel on märkitabamise tõenäosus 0,6, kahel 0,8 ja ühel 0,9. Leidke ühe lasuga tabamise tõenäosus, kui laskur võtab huupi ühe kaheksast püssist.

Vastus: $P \approx 0,69$.

8. Lasketiirus on 8 püssi, millest viiel on märkitabamise tõenäosus 0,6, kahel 0,8 ja ühel 0,9. Lasti üks lask, mis tabas. Leidke tõenäosus, et lask tuli püssist, mille tabamise tõenäosus on 0,8.

Vastus: $P \approx 0,29$.

9. Tõenäosus, et istutatud puu läheb kasvama, on 0,9. Istutatakse 85 puud. Kui suur on tõenäosus, et istutatud puude arv on vähemalt 77? Leidke vastav tõenäosus.

Vastus: $m = 77, P \approx 0,14$.

10. Koostage kahe täringu viskamisel esiletulevate silmade summa kui juhusliku suuruse X jaotustabel. Leidke EX ja DX .

Vastus: $EX = 7, DX = 5,83$.

11. Signaali edastatakse 4 korda. Selle vastuvõtmise tõenäosus igal edastamisel on 0,8. Olgu X vastuvõetud signaalide arv. Leidke suuruse X jaotusseadus, $F(x)$, EX , DX ja $P(X < 3)$.

Vastus: $F(x) = \sum_{i=0}^4 C_4^i \cdot 0,8^i \cdot 0,2^{4-i} \cdot H(x-i)$, $EX = 3,2$, $DX = 0,64$, $P(X < 3) = 0,1808$.

12. Seade rikneb garantiiaja jooksul tõenäosusega 0,01. Leidke tõenäosus, et 20 sellisest seadmest rikneb garantiiaja jooksul kuni 3 seadet.

Vastus: $P(X \leq 3) = 1,221e^{-0,2} \approx 0,99994$

13. Kas funktsioon

$$f(x) = \begin{cases} Cx(1-x), & \text{kui } x \in [0,1] \\ 0, & \text{mujal} \end{cases}$$

on tihedusfunktsioon? Jaataval juhul leidke C väärtus.

Vastus: $C = 6$.

14. Juhusliku suuruse X jaotusfunktsioon on

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{kui } x < 1, \\ 1 - \frac{1}{x^2}, & \text{kui } x \geq 1. \end{cases}$$

Leidke X jaotustihedus $f(x)$ analüütiliselt ja graafilisel ning konstandi a väärtus, mille korral $P(X > a) = \frac{1}{3}$.

Vastus: $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{kui } x < 1, \\ \frac{2}{x^3}, & \text{kui } x \geq 1. \end{cases}$, $a = \sqrt{3}$.

15. Televiisori tööaeg on eksponentjaotusega. Televiisori keskmine tööaeg on 5500 tundi. Leidke tõenäosus, et televiisor töötab tõrgetata

a) vähem kui 500 tundi;

b) vähemalt 5000 tundi.

Vastus: a) $1 - e^{-\frac{1}{11}} \approx 0,087$, b) $e^{-\frac{10}{11}} \approx 0,403$.

16. Mõõtmisviga allub normaaljaotusele keskväertusega 5 ja standardhälbega 10 ühikut. Leidke tõenäosus, et mõõtmistulemused erinevad mõõdetava suuruse tegelikust väärtusest vähem kui 15 ühiku võrra.

Vastus: 0,866.

17. Tõenäosus, et üliõpilane ei oska integreerida, on 0,15. Leidke tõenäosus, et kontrolltööd kirjutanud 175 üliõpilasest ei oska integreerida 20 kuni 40 üliõpilast.

Vastus: $P(20 \leq X \leq 40) \approx 0,905$.

18. Urnis on 2 musta ja 3 valget kuuli. Urnist võetakse juhuslikult kaks kuuli. Olgu X võetud mustade kuulide arv ja Y võetud valgete kuulide arv. Leidke vektori (X, Y) jaotusseadus, EX , EY , DX , DY , σ_x , σ_y , $\text{cov}(X, Y)$ ja r_{xy} , regressioonjooned $y = E(Y/x)$ ja $x = E(X/y)$. Kas selle vektori komponendid on sõltuvad, korreleeruvad?

Vastus: $EX = 0,8$; $EY = 1,2$; $DX = DY = 0,36$; $\sigma_x = \sigma_y = 0,6$; $\text{cov}(X, Y) = -0,36$; $r_{xy} = -1$; korreleeruvad, sõltuvad;

$$y = \begin{cases} 2, & \text{kui } x = 0 \\ 1, & \text{kui } x = 1 \\ 0, & \text{kui } x = 2 \end{cases} ; x = \begin{cases} 2, & \text{kui } y = 0 \\ 1, & \text{kui } y = 1 \\ 0, & \text{kui } y = 2 \end{cases}$$