

Ülesanded kordamiseks

1. Kas $\begin{cases} x = \cos \varphi \\ y = \sin \varphi \end{cases}$ on diferentsiaalvõrrandi $x + yy' = 0$?
2. Kas $y = e^x$ on diferentsiaalvõrrandi $y' = e^{-x}$ lahendiks? *Vastus: EI*
3. Lahendada $yy' = 1$ *Vastus: $\frac{1}{2}y^2 - x = C$*
4. Lahendada $(x^2 - 1)y' = 2xy \ln y$ *Vastus: $y = Ce^{x^2-1}$*
- NB! $\int \frac{1}{y \ln y} dy = \ln \ln y$
5. Lahendada $(x^3 \sin y)y' = 2$ *Vastus: $-\cos y + \frac{1}{x^2} = C$*
6. Lahendada $(x - y)dx + xdy = 0$ *Vastus: $x \ln x + y = Cx$*
7. Lahendada $(y + \sqrt{xy})dx = xdy$ *Vastus: $\ln x - 2\sqrt{\frac{y}{x}} = C$*
8. Lahendada $x^2y' + xy + 1 = 0$ *Vastus: $y = \frac{C - \ln x}{x}$*
9. Lahendada $y = x(y' - x \cos x)$ *Vastus: $y = Cx + x \sin x$*
10. Lahendada $x^2dy - 2xydx = 3dx$ *Vastus: $y = Cx^2 - \frac{1}{x}$*
11. Lahendada $\left(1 + e^{\frac{x}{y}}\right)dx + e^{\frac{x}{y}}\left(1 - \frac{x}{y}\right)dy = 0$ *Vastus: $x + ye^{\frac{x}{y}} = C$*
12. Lahendada $(y^4 - x)dy = ydx$ *Vastus: $\frac{1}{5}y^5 - xy = C$*
13. Lahendada $\frac{y}{x}dx + (2y + \ln x)dy = 0$ *Vastus: $y \ln x + y^2 = C$*
14. Lahendada $(1 - x^2y)dx + x^2(y - x)dy = 0$ *Vastus: $-\frac{1}{x} - xy + 0, 5y^2 = C, x = 0$*
15. Lahendada $(2xy^2 - 3y^3)dx + (7 - 3xy^2)dy = 0$ *Vastus: $x^2 - 3xy - \frac{7}{y} = C, y = 0$*
16. Lahendada $(y')^4 = x - y'$ *Vastus: $\begin{cases} x = p^4 + p \\ y = \frac{4}{5}p^5 + \frac{1}{2}p^2 + C \end{cases}$*
17. Lahendada $x(y')^3 + y = xy'$
Vastus: $\begin{cases} x = -0, 25p^{-2} - 1, 5 \ln p + C \\ y = -0, 25p^{-1} - 1, 5p \ln p + Cp + 0, 25p + 1, 5p^3 \ln p - Cp^3 \end{cases}$
18. Lahendada $y'' = (x - 1)^{-3}$ *Vastus: $y = \frac{1}{2(x-1)} + C_1x + C_2$*
19. Lahendada $2y''' + (y'')^3 = 0$ *Vastus: $y = \frac{4}{3}(x - C_1)^{\frac{3}{2}} + C_2x + C_3$*
20. Lahendada $1 + (y')^2 = 2yy''$ *Vastus: $y = \frac{1}{C_1}(1 + 0, 25(C_1x + C_2)^2)$*
21. Lahendada $yy'' = (y')^2 + 15\sqrt{xy}y^2$ *Vastus: $\ln(C_2y) = C_1x + 4x^{2,5}$*
22. Lahendada $xy'' - (2x+1)y' + 2y = 0, y_1 = e^{2x}$ *Vastus: $y = C_1(2x+1) + C_2e^{2x}$*
23. Kas $y_1 = \arctan x, y_2 = \operatorname{arccot} x$ ja $y_3 = 1$ on lineaarselt sõltuvad? *Vastus: JAH*
24. Lahendada $y'' + y = x \sin x$ *Vastus: $y = (C_1 - \frac{x^2}{4}) \cos x + (C_2 + \frac{x}{4}) \sin x$*
25. Lahendada $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}$ Erilahend leida Lagrange'i meetodiga. *Vastus: $y = C_1e^x + C_2xe^x - xe^x + xe^x \ln x$*
26. Lahendada $y''' - y'' = x^2$ Erilahendit määrata määramata kordajate meetodiga. *Vastus: $y = C_1 + C_2x + C_3e^x - \frac{1}{12}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - x^2$*