

## Kordamisküsimused

1. Vigade liigitus. Vigade edasikandumine arvutustes.
2. Võrrandite ligikaudne lahendamine. Iteratsioonimeetodite ülesehitus. Harilik iteratsioonimeetod, Newtoni iteratsioonimeetod, modifitseeritud Newtoni meetod. Kõõlude meetod.
3. Vektori ja maatriksi norm.
4. Võrrandisüsteemide ligikaudne lahendamine. Harilik iteratsioonimeetod. Newtoni iteratsioonimeetod. Modifitseeritud Newtoni meetod.
5. Ekstreemumülesande lahendamine. Gradientmeetod. Kiirema languse meetod.
6. Funktsioonide lähendamine. Interpoleerimine. Ekstrapoleerimine. Üldine interpolatsiooniuülesanne.
7. Lagrange'i interpolatsioonipolünoom.
8. Jagatud vahed. Newtoni interpolatsioonipolünoom.
9. Tükati polünoomiaalne interpolatsioon. Splainid.
10. Funktsioonide lähendamine vähimruutude mõttes.
11. Numbriline diferentseerimine. Üldine skeem diferentsvalemite leidmiseks.
12. Numbriline integreerimine. Ristkülikvalem, trapetsvalem, Newton-Cotesi valem, Simpsoni valem.

## Näidisküsimusi arvestustööks

1. Võrrandi  $f(x) = 0$  lahendamiseks hariliku iteratsioonimeetodiga teisendatakse võrrand kujule
  - .....  $f(x) - x = 0$
  - .....  $x = g(x)$
  - .....  $x = x + Cf(x)$
2. Ühesammuline iteratsioonimeetod kasutab lähendi arvutamiseks
  - ..... eelnevaid lähendeid
  - ..... järgnevaid lähendeid
  - ..... viimast ja eelviimast arvutatud lähendit
  - ..... üht eelnevat lähendit
3. Newtoni meetod võrrandisüsteemide lahendamiseks on
  - ..... ruutkoonduvusega
  - ..... geomeetrilise progressiooni koonduvusega
  - ..... meetod ei koondu üldse
4. Kus ja millal kasutakse vähimruutude meetodit. Milleks selline meetod on

kasulik?

5. Võrrandisüsteemide ligikaudsel lahendamisel kasutatakse ..... meetodeid. Nende meetodite korral leitakse ..... ning siis .....

6. Kirjutage välja võrrandi

$$x^4 + 3x^3 - 2x^2 + 15 = 0$$

lahendamiseks sobiv Newtoni meetodi kuju ning leidke üks alglähend.

7. Leidke võrrandisüsteemi

$$\begin{cases} x_1 + 12x_2 - 5x_3 + x_4 = 12 \\ -20x_1 + 2x_3 - \frac{1}{2}x_4 + 2 = 0 \\ 4x_1 - 4x_2 + 18x_3 - 2x_4 = 10 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 + 15x_4 = 12 \end{cases}$$

lahendamiseks sobiv Seideli meetodi kuju.

8. Funktsioon  $y = f(x)$  on esitatud tabeliga

$x$		2,5	2,55	2,6	2,65	2,7
<hr/>						
$f(x)$		610,35	701,10	803,18	917,74	1046,04

Leidke Newtoni interpolatsioonipolünoom.

### Harjutusülesandeid arvestustööks

1. Määrake võrrandi  $x^6 - x - 1 = 0$  ligikaudseks lahendamiseks sobilik(ud) alglähend(id). Leidke positiivse lahendi jaoks koonduv hariliku iteratsioonimeetodi kuju. Leidke võrrandi lahendamiseks sobilik Newtoni meetodi kuju.

*Vastus:* alglähendid  $x_0 \approx -1$  ja  $x_0 \approx 1$ , harilik iteratsioonimeetod  $x_n = \sqrt[6]{x_{n-1} + 1}$ , Newtoni meetod  $x_n = \frac{5x_{n-1}^6 + 1}{6x_{n-1}^5 - 1}$ .

2. Leida võrrandi  $x^3 + \sin x = 2$  lahendamiseks sobilik Newtoni meetodi ja modifitseeritud Newtoni meentodi kuju. Leida alglähend.

*Vastus:* alglähend  $x_0 \approx 1$ , Newtoni meetod  $x_n = \frac{2x_{n-1}^3 + x_{n-1} \cos x_{n-1} - \sin x_{n-1} + 2}{3x_{n-1}^2 + \cos x_{n-1}}$ , modifitseeritud Newtoni meetod  $x_n = \frac{3x_0^2 x_{n-1} + x_{n-1} \cos x_{n-1} - x_{n-1}^3 - \sin x_{n-1} + 2}{3x_0^2 + \cos x_0}$ .

### 3. Leidke

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 10x_3 = 7 \\ 5x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 3x_1 + 21x_2 - x_3 = -4 \end{cases}$$

ligikaudseks lahendamiseks sobilik hariliku iteratsioonimeetodi ja Seideli meetodi kuju.

*Vastus:* HIM

$$\begin{cases} x_1^n = \frac{1}{5} (x_2^{n-1} - 2x_3^{n-1}) \\ x_2^n = \frac{1}{21} (-4 - 3x_1^{n-1} + x_3^{n-1}) \\ x_3^n = \frac{1}{10} (2x_1^{n-1} + x_2^{n-1} - 7) \end{cases}$$

Seideli meetod

$$\begin{cases} x_1^n = \frac{1}{5} (x_2^{n-1} - 2x_3^{n-1}) \\ x_2^n = \frac{1}{21} (-4 - 3x_1^{n-1} + x_3^{n-1}) \\ x_3^n = \frac{1}{10} (2x_1^{n-1} + x_2^{n-1} - 7) \end{cases}$$

### 4. Leidke

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 10x_4 - x_5 = 12 \\ x_1 + 10x_2 + x_3 - 4x_4 + 2x_5 = 1 \\ -3x_1 + 0,5x_2 - 10x_3 + 3x_4 - 7x_5 = 0 \\ 10x_1 - 2x_2 + x_4 - 2x_5 = -6 \\ 3x_1 - 0,3x_2 + 0,5x_3 - x_4 + 10x_5 = 12 \end{cases}$$

ligikaudseks lahendamiseks sobilik hariliku iteratsioonimeetodi ja Seideli meetodi kuju.

*Vastus:* HIM

$$\begin{cases} x_1^n = \frac{1}{10} (2x_2^{n-1} - x_4^{n-1} + 2x_5^{n-1} - 6) \\ x_2^n = \frac{1}{10} (1 - x_1^{n-1} - x_3^{n-1} + 4x_4^{n-1} - 2x_5^{n-1}) \\ x_3^n = \frac{1}{10} (-3x_1^{n-1} + 0,5x_2^{n-1} + 3x_4^{n-1} - 7x_5^{n-1}) \\ x_4^n = \frac{1}{10} (-5x_1^{n-1} - 2x_2^{n-1} + 3x_3^{n-1} + x_5^{n-1} + 12) \\ x_5^n = \frac{1}{10} (12 - 3x_1^{n-1} + 0,3x_2^{n-1} - 0,5x_3^{n-1} + x_4^{n-1}) \end{cases}$$

Seideli meetod

$$\begin{cases} x_1^n = \frac{1}{10} (2x_2^{n-1} - x_4^{n-1} + 2x_5^{n-1} - 6) \\ x_2^n = \frac{1}{10} (1 - x_1^{n-1} - x_3^{n-1} + 4x_4^{n-1} - 2x_5^{n-1}) \\ x_3^n = \frac{1}{10} (-3x_1^{n-1} + 0,5x_2^{n-1} + 3x_4^{n-1} - 7x_5^{n-1}) \\ x_4^n = \frac{1}{10} (-5x_1^{n-1} - 2x_2^{n-1} + 3x_3^{n-1} + x_5^{n-1} + 12) \\ x_5^n = \frac{1}{10} (12 - 3x_1^{n-1} + 0,3x_2^{n-1} - 0,5x_3^{n-1} + x_4^{n-1}) \end{cases}$$

5. Antud on

$x$		0	1	2	3
<hr/>					
$f(x)$		2	1	5	4

Leidke polünoom, mis antud funktsiooni lähendaks. Kasutage Lagrange'i ja Newtoni interpolatsioonipolünoomi. Kontrollige interpolatsioonitingimuste täidetust.

*Vastus:*  $\Phi(x) = -\frac{5}{3}x^3 - \frac{15}{2}x^2 - \frac{41}{6}x + 2$ .