

Õppeaine YMR0010 DIFERENTSIAALVÕRRANDID laiendatud programm

Õppeaine eesmärk:

- Tutvustada harilike diferentsiaalvõrrandite teooria põhimõisteid.
- Tutvustada harilike diferentsiaalvõrrandite põhitüüpe ja nende analüütilisi lahendusmeetodeid ning ka mõningaid harilike diferentsiaalvõrrandite ligikaudse lahendamise mooduseid.
- Näidete varal demonstreerida diferentsiaalvõrrandite koostamist ja kasutamist matemaatilises modelleerimises; analüüsida lahendite käitumist ja adekvaatseid tõlgendusi võimalike rakendusülesannete korral.

Maht: 4 EAP, sh auditoorne töö nädalatundides 1-0-2

Õppejõud: Kairi Kasemets

Eeldusained: YMA3710

Õppeaine sisu:

Diferentsiaalvõrrandi mõiste, tema üldkuju ja normaalkuju. Erilahend, üldlahend ja üldintegraal. Algväärtus- ja rajaväärtusülesanne. Diferentsiaalvõrrandi lahendamise ülesanne kvadratuurides lahenduvuse korral. Diferentsiaalvõrrandi sümmeetriline kuju. Esimest järku diferentsiaalvõrrandi geomeetrilise ja numbrilise lahendamise põhiideed. Näiteid ülesannetest, mis on kirjeldatud esimest järku diferentsiaalvõrranditega (kasvamise ja kahanemise mudelid, radioktiivne lagunemine, jne). Eraldatud ja eralduvate muutujatega diferentsiaalvõrrand. Homogeenne esimest järku diferentsiaalvõrrand. Lineaarne esimest järku diferentsiaalvõrrand. Konstantide varieerimise ja erilahendi äraarvamise meetod. Murdlineaarne võrrand. Eksaktne diferentsiaalvõrrand. Integreeruvustegur. Bernoulli ja Riccati võrrand. Tuletise suhtes ilmutamata kujul olev diferentsiaalvõrrand. Lahendi siledus. Diferentsiaalvõrrandi iseärased punktid ja iseärane lahend. Joonparve diferentsiaalvõrrand, mähisjoon. Kõrgemat järku harilikud diferentsiaalvõrrandid (lahendi olemasolu ja ühesuse tingimused), üld- ja erilahend. Lihtsaima n -järku diferentsiaalvõrrandi integreerimine. Kõrgemat järku lineaarsed diferentsiaalvõrrandid. Lahendite vahelised seosed. Wronski determinant. Lahendite fundamentaalsüsteem. Lagrange'i konstantide varieerimise meetod. Teist järku lineaarne diferentsiaalvõrrand. Kõrgemat järku konstantsete kordajatega lineaarne homogeenne ja mittehogeenne diferentsiaalvõrrand. Rajaülesanne. Diferentsiaalvõrrandite ligikaudne lahendamine.

Harjutustunnid:

Harjutustundides lahendatakse kvadratuurides lahenduvate diferentsiaalvõrrandite põhitüüpide kohta harjutusülesandeid. Demonstreeritakse matemaatilise mudeli koostamist näidisülesannetele.

Iseseisva töö korraldus:

Osa teemasid diferentsiaalvõrrandite teooriast jääb täiendavaks läbitöötamiseks. Samuti jääb osa asjakohastest harjutusülesannetest iseseisvaks läbitöötamiseks ja lahendamiseks.

Teadmiste kontroll:

Õppeaine lõpeb kirjaliku eksamiga. Eksamil kontrollitakse üliõpilase teadmisi teooriast: mõisteid, definitsioone, lihtsamate väidete tõestusi. Eksamieelduseks on vajalik, et semestri jooksul toimuvad kaks ülesannete kontrolltööd on sooritatud vähemalt 51 punktile 100 võimalikust. Lõplik eksamihinne saadakse kahe hinde aritmeetilise keskmisena:

$$AK = \frac{T + \ddot{U}}{2},$$

kus AK - aritmeetiline keskmine; T - eksamitöö tulemus; \ddot{U} - ülesannete kontrolltööde keskmine.

Teoriahinnet on võimalik saada ka semestri jooksul teooriatööde (kollokviumide) põhjal, kusjuures teoriahinne on siis kollokviumihinnete aritmeetiline keskmine.

Tudengil on võimalik kontrolltöid semestri jooksul maksimaalselt üks kord parandada. Parandustööle tuleku korral põhitöö tulemus tühistatakse ja kontrolltöö lõpptulemuseks jääb parandustööl saadav punktisumma.

Õppeaine lõpphinde vahemikud:

$$\begin{aligned} 0 &\leq AK \leq 50, \text{ hinne "0"}, \\ 51 &\leq AK \leq 60, \text{ hinne "1"}, \\ 61 &\leq AK \leq 70, \text{ hinne "2"}, \\ 71 &\leq AK \leq 80, \text{ hinne "3"}, \\ 81 &\leq AK \leq 90, \text{ hinne "4"}, \\ 91 &\leq AK \leq 100, \text{ hinne "5"}. \end{aligned}$$

Põhiõpikud:

1. Pedas, A., Vainikko, G. Harilikud diferentsiaalvõrrandid. TÜ Kirjastus, 2011.
2. Vainikko, G. Harilikud diferentsiaalvõrrandid. Tallinn, Valgus, 1986.
3. Piskunov, N. Diferentsiaal- ja integraalarvutus II. Tallinn, Valgus, 1978.

Täiendav kirjandus:

1. Rahman, M. Applied differential equations for scientists and engineers. Vol. 1, Ordinary differential equations. Southampton Boston, CMP, 1991.
2. Braun, M. Differential Equations and Their Applications. Springer-Verlag, 1993.
3. Pedas, A. Diferentsiaalvõrrandite ülesannete kogu. Tartu, 1992.
4. Lõhmus, A., Petersen, I., Roos, H. Kõrgema matemaatika ülesannete kogu. Tallinn, Valgus, 1982.

Professor Jaan Janno
TTÜ rakendusmatemaatika õppetooli juhataja