

MATEMAATIKA TÄIENDUSÕPE YMA0090

Kairi Kasemets

kairi.kasemets@ttu.ee
staff.ttu.ee/~kairik

Integraal

Funktsiooni $f(x)$ algfunktsiooniks nim. funktsiooni $F(x)$, mille korral

$$[F(x)]' = f(x) \text{ iga } x \in X.$$

Et $F'(x) = (F(x) + C)'$, siis $F(x) + C$ nim. algfunktsioonide üldavaldiseks. Funktsiooni $f(x)$ algfunktsioonide üldavaldist nim. funktsiooni $f(x)$ määramata integraaliks ning tähistatakse

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

Kehtivad

$$\int C f(x)dx = C \int f(x)dx$$

$$\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$$

$$\int 0dx = C$$

$$\int 1dx = x + C$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1}, \text{ kui } a \neq -1$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C$$

$$\int \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arccos x + C$$

$$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan x + C$$

Ositi integreerimine

$$\int u dv = uv - \int v du$$

Määratud integraal (Newton-Leibnizi valem)

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

1. Leida

$$\int \left(\sin x - 4x^3 + \frac{1}{x} \right) dx$$

2. Leida

$$\int \left(\frac{1}{x^3} + \cos x \right) dx$$

3. Leida

$$\int \left(\sqrt[3]{x^2} + \frac{x-1}{x^4} \right) dx$$

4. Leida

$$\int \left(\frac{1}{\cos^2 x} + \sin x \right) dx$$

5. Leida

$$\int x e^x dx$$

6. Leida

$$\int x \sin x dx$$

7. Leida

$$\int_{-1}^{-2} x^3 dx$$

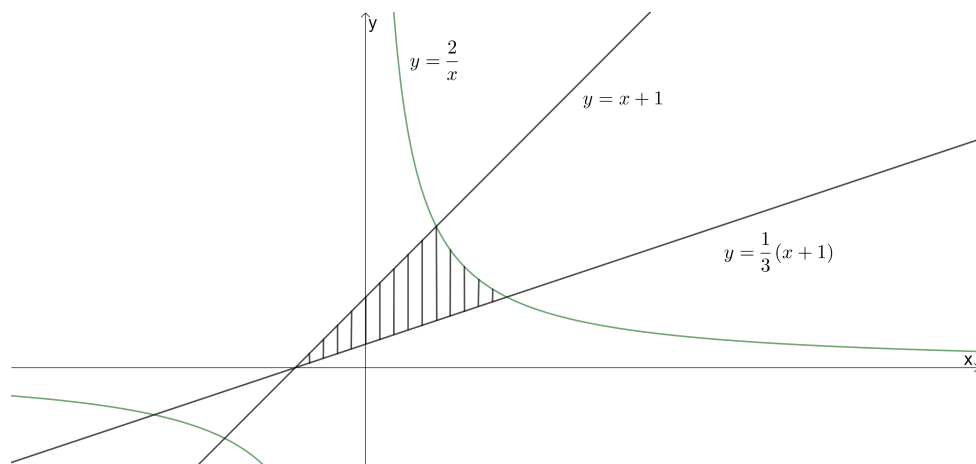
8. Leida

$$\int_0^2 (x^2 + x - 1) dx$$

9. Leida joontega $y = 0$, $y = x$ ja $x = 2$ piiratud kujundi pindala.

10. Leida joontega $y = 3x^2 - x$ ja $y = 8x - 6$ piiratud kujundi pindala.

11. Kõvertrapetsit piiravad jooned $y = x + 1$, $y = \frac{1}{3}(x + 1)$ ja $y = \frac{2}{x}$ (vt joonist). Leidke viirutatud osa pindala.



12. Leidke joontega $y = 25 - x^2$, $y = -x^2 + 5x$ ja $y = -2x^2 - 10x$ piiratud kujundi pindala.

13. Lahendada võrratus

$$|2x + 1| - x \geq |3 - x| + 2$$

14. Leida funktsiooni määramispiirkond

$$f(x) = \sqrt{\frac{1}{\ln(1-x)}} + \sqrt{(x+2)^3} + e^{7-x}$$

15. Leida tuletise abita piirväärtus

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x+2} - 2}$$

16. Leida tuletise abita piirväärtus

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4x}{\sqrt[4]{256x^8 + 2x^2} - 2x}$$

17. Uurida funktsiooni

$$y = \frac{x^4}{(1+x)^3}$$

ning skitseerida selle graafik.

18. Leida joone puutuja võrrand kohal $x_0 = 0$, kui

$$f(x) = \arctan(x+1) + \frac{x+1}{x^2 + 2x + 2}$$

19. Kas

$$f(x) = \frac{\sin x^2 + \cos x}{2x^6 - 1} + x^2$$

on paaris- või paaritu funktsioon?

20. Leida joonte

$$\begin{aligned}(x-4)^2 + y^2 &= 13 \\ x^2 + y^2 &= 5 \\ x &= 3\end{aligned}$$

lõikepunktid. Skitseerida joonis.

21. Lahenda võrrandisüsteem

$$\begin{cases} x - y + z = 2 \\ 2x - 3y - z + 1 = 0 \\ 2y + z = x \end{cases}$$

22. Firma kolmes osakonnas on kokku 60 töelist ja tööliste arvud osakondades moodustavad aritmeetilise jada kolm järjestikust liiget. Pärast seda, kui teisest osakonnast koondati neli töelist, moodustasid samade osakondade tööliste arvud

geomeetrilise jada kolm järjestikust liiget. Leidke iga osakonna esialgne tööliste arv.

23. Lahendada

$$\begin{cases} \frac{3x^2 - 2x - 5}{x - 2} \leq x + 1, \\ x > \frac{x - 3}{4 - x} \end{cases}$$