

## Kodused ülesanded

1. Näidata, et  $y = \frac{\sin x}{x}$  on DV  $xy' + y = \cos x$  lahendiks.

Lahendada

2.  $xdy + ydx = 0$ . (Vastus  $xy = C$ .)

3.  $x(y^2 + 1)dx + y(x^2 + 1)dy = 0$ . (Vastus  $(x^2 + 1)(y^2 + 1) = C$ .)

4.  $x^2y' = (x - 1)y$ . (Vastus  $y = Cxe^{\frac{1}{x}}$ .)

5.  $y' = \frac{y-1}{x+1}$ . (Vastus  $y = 1 + C(x+1)$ .)

6.  $xy' = x \sin \frac{y}{x} + y$ . (Vastus  $\tan \frac{y}{2x} = Cx, \frac{y}{x} = k\pi$ .)

7.  $2x^3y' = y(2x^2 - y^2)$ . (Vastus  $y^2 = \frac{x^2}{\ln x - C}, y = 0$ .)

8.  $xdy + (x^2 - y)dx = 0$ . (Vastus  $y = Cx - x^2$ .)

9.  $\frac{2x}{y^3}dx + \left(\frac{1}{y^2} - \frac{3x^2}{y^4}\right)dy = 0$ . (Vastus  $\frac{x^2}{y^3} - \frac{1}{y} = C$ .)

10.  $(x^4 \ln x - 2xy^3)dx + 3x^2y^2dy = 0$ . (Vastus  $x \ln x - x + \frac{y^3}{x^2} = C, x = 0$ .)

11.  $(x^2y^3 + y)dx + (x^3y^2 - x)dy = 0$ . (Vastus  $x^2y^2 + \ln x^2 - \ln y^2 = C, x = 0, y = 0$ .)

12.  $xy'(xy' + y) = 2y^2$ . (Vastus  $y = Cx, y = \frac{C}{x^2}$ .)

13.  $(y')^3 = x - y'$ . Vastus  $\begin{cases} x = p^3 + p \\ 4y = 3p^4 + 2p^2 + C \end{cases}$

14.  $y^{(4)} = \cos x$ . Vastus  $y = \cos x + C_1x^3 + C_2x^2C_4c + C_4$ .

15.  $x = y'' + (y'')^4$ . Vastus  $\begin{cases} x = p + p^4 \\ 45y = 16p^9 + 21p^6 + \frac{45}{6}p^3 + C_1(p + p^4) + C_2 \end{cases}$

16.  $y'' - y' = x$ . Vastus  $y = C_1e^x - \frac{x^2}{2} - x + C_2$ .

17.  $y^3y'' = 1$ . Vastus  $C_1y^2 - 1 = (C_1x + C_2)^2$ .

18.  $xyy'' - x(y')^2 = yy'$ . Vastus  $y = C_2e^{C_1x^2}$ .

19. Leida funktsioonide  $y_1 = x$  ja  $y_2 = \ln x$  Wronski determinant. Määrake, kas funktsioonid on lineaarselt sõltuvad või sõltumatud. Vastus  $W(x) = 1 - \ln x$ , funktsioonid on lineaarselt sõltuvad.

20.  $(x^2 + 1)y'' + xy' - y = 0$ . Vastus  $y = C_2x - C_1\sqrt{x^2 + 1}$ .

21.  $y'' + \frac{2}{x}y' + y = \frac{1}{x}$ ,  $y_1 = \frac{\sin x}{x}$ . Vastus  $y = C_1\frac{\sin x}{x} - C_2\frac{\cos x}{x} + \frac{1}{x}$ .

22.  $y'' + y = \frac{x^2+2}{x^3}$ . Vastus  $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + \frac{1}{x}$ .

23.  $y'' + 4y' + 3y = x$ . Vastus  $y = C_e^{-x} + C_2e^{-3x} + \frac{3x-4}{9}$ .

24.  $\begin{cases} y'' + y = 4e^x \\ y(0) = 4 \\ y'(0) = -3 \end{cases}$  Vastus  $y = 2 \cos x - 5 \sin x + 2e^x$ .

25.  $\begin{cases} y' = z \\ z' = -y \end{cases}$  Vastus  $\begin{cases} y = C_1 \cos x + C_2 \sin x \\ z = -C_1 \sin x + C_2 \cos x \end{cases}$ .

26.  $\begin{cases} y' = y + z \\ z' = -5z \end{cases}$  Vastus  $\begin{cases} y = C_1e^x + C_2e^{-5x} \\ z = -6C_2e^{-5x} \end{cases}$ .

27.  $\begin{cases} y' = y^2 + z^2 \\ z' = 2yz \end{cases}$  Vastus  $\begin{cases} \frac{1}{y+z} + x = C_1 \\ \frac{1}{y-z} + x = C_2 \end{cases}$ .

